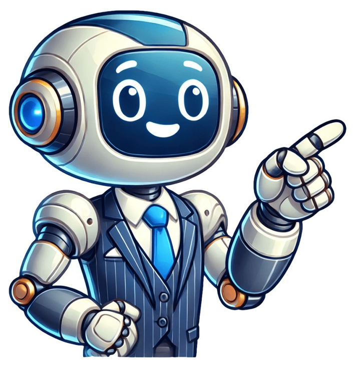

Formula baricentro triangolo

1 Misura uno dei lati del tuo triangolo. 2 Identifica e marca il punto mediano del lato che hai misurato. Chiama il punto identificato A. 3 Traccia una linea che parta dal punto A e arrivi al vertice opposto del triangolo. 4 Identifica e marca il punto mediano di un altro lato del tuo triangolo. Chiama il punto identificato B. 5 Traccia una linea che parta dal punto B e arrivi al vertice opposto del triangolo. 6 Il punto in cui le due linee si intersecano rappresenta il baricentro della tua figura. Pubblicità 1 Somma fra loro tutte le coordinate X dei punti che identificano i vertici del tuo triangolo. 2 Somma fra loro tutte le coordinate Y dei punti che identificano i vertici del tuo triangolo. 3 Dividi entrambi i risultati ottenuti per il numero 3. 4 La coppia di coordinate che hai ottenuto rappresenta le coordinate del baricentro della tua figura. Ad esempio, date le seguenti coordinate dei vertici del triangolo: (3, 5), (4, 1) e (1, 0), il baricentro sarà il punto indicato dalle seguenti coordinate (8/3, 2). Pubblicità Non importa quale lato hai selezionato, il baricentro del triangolo cadrà sempre nel medesimo punto. Se eseguirai questa procedura utilizzando tutti e tre i lati della figura, le linee derivate si intersecheranno sempre e solo in un unico punto, il baricentro. Pubblicità wikiHow è una "wiki"; questo significa che molti dei nostri articoli sono il risultato della collaborazione di più autori. Per creare questo articolo, 9 persone, alcune in forma anonima, hanno collaborato apportando nel tempo delle modifiche per migliorarlo. Questo articolo è stato visualizzato 19 281 volte Categorie: Matematica Questa pagina è stata letta 19 281 volte. Vogliamo qui trovare la formula per il calcolo delle coordinate del baricentro di un triangolo di cui siano noti i vertici. Siano , e i vertici di un triangolo e sia il suo baricentro ed il punto medio del lato , come mostrato in figura Come si ricorda dalla geometria dei triangoli, il baricentro é l'intersezione delle mediane del triangolo, ed ha la caratteristica che divide ognuna delle mediane in due parti (segmenti), l'una il doppio dell'altra. In particolare, la parte con un estremo nel vertice del triangolo é doppia dell'altra. Guardando la figura possiamo quindi scrivere: 1 Consideriamo ora le proiezioni sugli assi del punto G, che chiameremo e , e del punto , che indichiamo con ed , e del vertice , che chiameremo e , come mostrato in figura. Si noti che essendo il punto medio del segmento le coordinate di risultano essere da cui le proiezioni ed risultano avere coordinate Tenendo conto ancora del teorema di Talete, dalla (1) possiamo ancora scrivere: da cui e quindi infine ricaviamo le coordinate ed del baricentro Il baricentro di un triangolo è il punto interno in cui si intersecano le sue mediane. Una mediana di un triangolo è un segmento che congiunge un vertice al punto medio del lato opposto. Ogni triangolo ha tre vertici (A, B, C) e tre lati (AB, CB, AC), quindi ha tre mediane. Le tre mediane AMCB, BMAC, CMAB si incontrano in un punto interno (E) del triangolo detto baricentro. A cosa serve? Il baricentro è anche il punto di equilibrio del triangolo e rappresenta un punto di bilanciamento. Da questo ha origine il termine "baricentro" che deriva dal greco barys che significa "pesante" e da "centro". Ad esempio, se posizionassi il triangolo su un piccolo supporto precisamente al suo baricentro, il triangolo rimarrebbe perfettamente bilanciato ossia in equilibrio. In generale, il baricentro è molto utile per studiare il bilanciamento delle forze su una figura o un oggetto. Come trovare il baricentro Considero un triangolo ABC qualsiasi. Per prima cosa individuo i punti medi di ogni lato del triangolo. Cos'è il punto medio? Il punto medio di un segmento è il punto che lo divide in due segmenti congruenti, ossia il punto che è equidistante da entrambi gli estremi del segmento. Disegno le tre mediane del triangolo, congiungendo ogni vertice con il punto medio che si trova sul lato opposto. Il punto di intersezione delle mediane (E) è il baricentro del triangolo. Il baricentro divide la mediana in due segmenti in rapporto 2:1 Il segmento dal vertice al baricentro è due volte più lungo di quello dal baricentro al punto medio del lato opposto. Quindi, il baricentro si trova a 2/3 della lunghezza della mediana a partire dal vertice. La dimostrazione Considero un triangolo ABC. Individuo i punti medi M e N di due lati del triangolo e traccio le relative mediane. Le due mediane si incontrano nel punto E. Individuo il punto medio dei segmenti AE e BE. Essendo due punti medi, i segmenti AD≅ED e BF≅EF sono congruenti. $$ \overline{AD} \cong \overline{ED} $$ $$ \overline{BF} \cong \overline{EF} $$ Traccio il segmento tra i punti medi M e N. Secondo il teorema dei punti medi di un triangolo, il segmento MN che congiunge due punti medi di due lati del triangolo ABC è parallelo al terzo lato AB e ha una lunghezza pari alla metà di AB. $$ \overline{MN} \parallel \overline{AB} $$ $$ \overline{MN} \cong \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} $$ Traccio il segmento DF tra i due punti medi del triangolo ABE. Sempre secondo il teorema dei punti medi di un triangolo, il segmento DF che congiunge due punti medi di due lati del triangolo ABE è parallelo al terzo lato AB ed è congruente alla sua metà. $$ \overline{DF} \parallel \overline{AB} $$ $$ \overline{DF} \cong \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} $$ Pertanto i segmenti DF e MN sono congruenti tra loro e paralleli ad AB $$ \overline{DF} \cong \overline{MN} \cong \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} $$ Il costrutto DFMN è un parallelogramma perché ha i lati opposti paralleli DF||MN e congruenti DF≅MN. Sapendo che in un parallelogramma le diagonali si incontrano nel loro punto medio, deduco che i segmenti EN≅EF e ED≅EM sono congruenti. $$ \overline{EN} \cong \overline{EF} $$ $$ \overline{ED} \cong \overline{EM} $$ Sapendo che ED≅AD e EF≅BF, per la proprietà transitiva EN≅EF≅BF e EM≅ED≅AD Dal punto di vista grafico Questo vuol dire che il segmento AE è il doppio del segmento EM $$ \overline{AE} = 2 \overline{EF} $$ Allo stesso modo, il segmento BE è il doppio del segmento EN $$ \overline{BE} = 2 \overline{EN} $$ Questo dimostra che il baricentro divide la mediana in due segmenti in rapporto 2:1 Lo stesso ragionamento posso ripeterlo per ogni mediana del triangolo. Il baricentro nella geometria analitica Per trovare le coordinate del baricentro \(G(x, y)\) di un triangolo con vertici \(A(x_1, y_1)\), \(B(x_2, y_2)\), e \(C(x_3, y_3)\) in un sistema di coordinate cartesiane, posso usare le seguenti formule: $$ x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} $$ $$ y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} $$ Queste formule si ottengono facendo la media aritmetica delle coordinate \(x\) e \(y\) dei tre vertici del triangolo. Il baricentro, dunque, si trova esattamente al "centro" del triangolo in termini di coordinate medie dei suoi vertici. Esempio Considero questo triangolo ABC I vertici del triangolo si trovano alle coordinate cartesiane A(1;1), B(7,1), C(3;5). $$ A(x_1; y_1)= (1;1) $$ $$ B(x_2; y_2)= (7;1) $$ $$ C(x_3; y_3)= (3;5) $$ Per trovare le coordinate del baricentro G(x;y) del triangolo applico le formule precedenti: $$ \begin{cases} x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \\ \\ y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \end{cases} $$ Sostituisco le coordinate del vertice A (x1=1,y1=1), del vertice B (x2=7,y2=1) e del vertice C (x3=3,y3=5). $$ \begin{cases} x = \frac{1 + 7 + 3}{3} \\ \\ y = \frac{1 + 1 + 5}{3} \end{cases} $$ $$ \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ \\ y = \frac{7}{3} \end{cases} $$ $$ \begin{cases} x = 3.66 \\ \\ y = 2.33 \end{cases} $$ Pertanto, il baricentro G del triangolo si trova alle coordinate (x;y)=(3.66;2.33). Dimostrazione Per dimostrare le formule analitiche considero un triangolo ABC. Il baricentro G del triangolo si trova nel punto di intersezione delle mediane. Dove ogni mediana è il segmento che congiunge un vertice del triangolo con il punto medio M del lato opposto. Il baricentro divide ogni mediana in due parti, delle quali la parte che contiene il vertice è il doppio dell'altra. Ad esempio, se considero la mediana AMBC il segmento AG è il doppio del segmento GMBC. $$ \overline{AG} = 2 \cdot \overline{GM}_{BC} $$ Ora proietto i punti A, G, MBC della mediana AMBC sull'asse x. La retta A'M' è la proiezione della mediana AMBC sull'asse x del piano cartesiano. Le proiezioni dei punti sull'asse x sono un fascio di rette parallele che intersecano i due segmenti trasversali AMBC e A'M'. Secondo il teorema di Talete quando un fascio di rette parallele interseca due segmenti trasversali, i segmenti corrispondenti sulle trasversali sono direttamente proporzionali. Quindi, se il segmento AG è il doppio di GMBC, allora anche il segmento proiettato A'G' è il doppio di G'M'. $$ \overline{A'G'} = 2 \cdot \overline{G'M'} $$ A questo punto misuro la lunghezza dei segmenti proiettati sull'asse x. Il segmento A'G' misura xG-xA mentre il segmento G'M' misura xM-xG. Sostituisco queste misure nell'equazione precedente: $$ \overline{A'G'} = 2 \cdot \overline{G'M'} $$ $$ x_G - x_A = 2 \cdot (x_M - x_G) $$ $$ x_G - x_A = 2 x_M - 2x_G $$ $$ x_G + 2x_G = 2 x_M + x_A $$ $$ 3x_G = 2 x_M + x_A $$ $$ x_G = \frac{ 2 x_M + x_A }{3} $$ Sapendo che il punto xM è la proiezione del punto medio MBC sull'asse x ovvero $ x_M = \frac{x_B+x_C}{2} $. $$ x_G = \frac{ 2 \frac{x_B+x_C}{2} + x_A }{3} $$ $$ x_G = \frac{ x_A+x_B+x_C }{3} $$ Questo dimostra la formula della componente x del baricentro sul piano cartesiano. Per dimostrare anche la componente y seguo un procedimento analogo. Questa volta proietto i punti A, G, MBC della mediana AMBC sull'asse y. Per il teorema di Talete se il segmento AG è il doppio di GMBC, allora anche il segmento proiettato sull'asse y A'G' è il doppio di G'M'. $$ \overline{A'G'} = 2 \cdot \overline{G'M'} $$ Il segmento A'G' sull'asse y misura yG-yA mentre il segmento G'M' misura yM-yG. $$ y_G - y_A = 2 \cdot (y_M - y_G) $$ $$ y_G - y_A = 2 y_M - 2 y_G $$ $$ y_G + 2 y_G = y_A + 2 y_M $$ $$ 3y_G = y_A + 2 y_M $$ $$ y_G = \frac{ y_A + 2 y_M }{3} $$ Sapendo che il punto yM è la proiezione del punto medio MBC sull'asse y ovvero $ y_M = \frac{y_B+y_C}{2} $. $$ y_G = \frac{ y_A + 2 \cdot \frac{y_B+y_C}{2} }{3} $$ $$ y_G = \frac{ y_A + y_B+y_C }{3} $$ Questo dimostra la formula della componente y del baricentro dei triangoli sul piano cartesiano. Osservazioni Alcune osservazioni e proprietà sul baricentro Il baricentro è sempre un punto interno del triangolo. Esiste un solo punto di intersezione tra le mediane di un triangolo Per definizione il baricentro è il punto in cui si intersecano le mediane. Inoltre, è dimostrato che il baricentro divide ogni mediana nel rapporto 2:1. Sapendo che in ogni segmento esiste uno e un solo punto in grado di dividerlo nel rapporto 2:1, una volta noto che il punto E di una mediana AMCB divide quest'ultima nel rapporto 2:1, lo stesso punto E deve dividere anche le altre mediane del triangolo nello stesso rapporto. Non possono esserci altri punti. In conclusione, esiste solo un punto in cui le mediane sono divisibili nel rapporto 2:1 ed è il punto di intersezione tra le stesse. Il baricentro è il centro di gravità del triangolo In altre parole, è un punto di equilibrio. Ad esempio, se poggiassi il triangolo su un chiodo esattamente nel suo baricentro, il triangolo resterebbe in equilibrio. Nota. La conoscenza del baricentro mi permette conoscere il centro di gravità di una forma e mi aiuta a determinare come si distribuiscono le forze. Qualsiasi movimento rigido (es. rotazione, traslazione) non modifica la posizione interna del baricentro. Il baricentro si sposta o ruota con il triangolo. Nel caso particolare del triangolo equilatero il baricentro coincide con l'incentro, il circocentro e l'ortocentro. E così via. Il baricentro del triangolo è il punto di intersezione delle tre mediane. Per poterlo disegnare è sufficiente disegnare la mediana relativa ad ogni lato e il loro punto in comune viene chiamato baricentro. In questa lezione vedremo non solo la definizione di questo punto caratteristiche ma analizzeremo anche come cambia questo a seconda dei tipi di triangoli. Per gli studenti di geometria analitica vedremo anche formule e un semplice esercizio sul calcolo del baricentro. Che cos'è il baricentro di un triangolo Ne abbiamo già dato una definizione: è il punto di intersezione delle mediane del triangolo. Ti ricordi che cos'è la mediana? E' il segmento che congiunge un vertice con il punto medio del lato opposto. Proviamo quini a disegnare il baricentro di un triangolo scaleno acutangolo. Dato il generico triangolo ABC, abbiamo disegnato le mediane relative ad ogni lato. Dalla loro intersezione si ottiene il punto H, baricentro del triangolo. Caratteristiche e proprietà del baricentro Ti ricordi che l'ortocentro e il circocentro potevano essere anche esterni alla figura? Per il baricentro dei triangoli, ciò non può accadere per cui la prima proprietà di questo punto è: il baricentro del triangolo è un punto sempre compreso nel perimetro della figura; il baricentro divide ogni mediana in due parti. Quella che contiene il vertice è il doppio dell'altra. In base alla proprietà appena vista, possiamo dire che AH=2HM2. Il baricentro del triangolo in geometria analitica Questa seconda parte della lezione è dedicata agli studenti delle scuole superiori che stanno studiando geometria analitica. Esiste una formula che, dati i vertici del triangolo, permette di calcolare il baricentro in pochi semplici passaggi. Formula baricentro dove A, B e C sono i tre vertici del triangolo di cui sono note le coordinate cartesiane. Per calcolare le coordinate del baricentro del triangolo bisogna quindi: fare la media aritmetica delle ascisse dei tre vertici. Cioè si sommano le tre x e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene l'ascissa del baricentro. fare la media aritmetica delle ordinate dei tre vertici. Cioè si sommano le tre y e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene invece l'ordinata del baricentro. Esempi ed esercizi svolti Esercizio 1 Dato il triangolo di vertici A(6;0) B(2;2) e C(7;7), calcolare le coordinate del baricentro G. Applichiamo subito la formula appena vista. Possiamo così scrivere che: xG=(6+2+7)/3=15/3=5 yG=(0+2+7)/3=9/3=3 G(5;3) Esercizio 2 Dato il triangolo con baricentro G(5;3) e noti due vertici A(6;0) e B(2;2), determinare il terzo vertice C. Si tratta dello stesso esercizio visto prima ma questa volta bisogna fare il procedimento al contrario. Cioè dovremo usare la formula inversa del baricentro per trovare uno dei vertici. Riscriviamo così la formula come l'abbiamo vista prima, esplicitando tutti i dati forniti dalla traccia e lasciando le coordinate di C come incognita. xG=(xA+xB+xC)/3 → 5=(6+2+x)/3 → 15=6+2+x → x=15-6-2 xC=7 yG=(yA+yB+yC)/3 → 3=(0+2+y)/3 → 9=2+y yC=7 C(7;7). Conclusioni Il calcolo del baricentro di un triangolo in geometria analitica è una delle operazioni più semplici di tutto il programma. Proprio per questo troverai ben pochi esercizi che te lo richiederanno. Tuttavia è utile da sapere e da ricordare qualora dovesse servire. Se questa lezione ti è stata d'aiuto o se hai bisogno di ulteriori chiarimenti, lascia un commento in basso. Il nostro staff ti risponderà nel minor tempo possibile. Il baricentro del triangolo è il punto di intersezione delle tre mediane. Per poterlo disegnare è sufficiente disegnare la mediana relativa ad ogni lato e il loro punto in comune viene chiamato baricentro. In questa lezione vedremo non solo la definizione di questo punto caratteristiche ma analizzeremo anche come cambia questo a seconda dei tipi di triangoli. Per gli studenti di geometria analitica vedremo anche formule e un semplice esercizio sul calcolo del baricentro. Che cos'è il baricentro di un triangolo Ne abbiamo già dato una definizione: è il punto di intersezione delle mediane del triangolo. Ti ricordi che cos'è la mediana? E' il segmento che congiunge un vertice con il punto medio del lato opposto. Proviamo quini a disegnare il baricentro di un triangolo scaleno acutangolo. Dato il generico triangolo ABC, abbiamo disegnato le mediane relative ad ogni lato. Dalla loro intersezione si ottiene il punto H, baricentro del triangolo. Caratteristiche e proprietà del baricentro Ti ricordi che l'ortocentro e il circocentro potevano essere anche esterni alla figura? Per il baricentro dei triangoli, ciò non può accadere per cui la prima proprietà di questo punto è: il baricentro del triangolo è un punto sempre compreso nel perimetro della figura; il baricentro divide ogni mediana in due parti. Quella che contiene il vertice è il doppio dell'altra. In base alla proprietà appena vista, possiamo dire che AH=2HM2. Il baricentro del triangolo in geometria analitica Questa seconda parte della lezione è dedicata agli studenti delle scuole superiori che stanno studiando geometria analitica. Esiste una formula che, dati i vertici del triangolo, permette di calcolare il baricentro in pochi semplici passaggi. Formula baricentro dove A, B e C sono i tre vertici del triangolo di cui sono note le coordinate cartesiane. Per calcolare le coordinate del baricentro del triangolo bisogna quindi: fare la media aritmetica delle ascisse dei tre vertici. Cioè si sommano le tre x e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene l'ascissa del baricentro. fare la media aritmetica delle ordinate dei tre vertici. Cioè si sommano le tre y e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene invece l'ordinata del baricentro. Esempi ed esercizi svolti Esercizio 1 Dato il triangolo di vertici A(6;0) B(2;2) e C(7;7), calcolare le coordinate del baricentro G. Applichiamo subito la formula appena vista. Possiamo così scrivere che: xG=(6+2+7)/3=15/3=5 yG=(0+2+7)/3=9/3=3 G(5;3) Esercizio 2 Dato il triangolo con baricentro G(5;3) e noti due vertici A(6;0) e B(2;2), determinare il terzo vertice C. Si tratta dello stesso esercizio visto prima ma questa volta bisogna fare il procedimento al contrario. Cioè dovremo usare la formula inversa del baricentro per trovare uno dei vertici. Riscriviamo così la formula come l'abbiamo vista prima, esplicitando tutti i dati forniti dalla traccia e lasciando le coordinate di C come incognita. xG=(xA+xB+xC)/3 → 5=(6+2+x)/3 → 15=6+2+x → x=15-6-2 xC=7 yG=(yA+yB+yC)/3 → 3=(0+2+y)/3 → 9=2+y yC=7 C(7;7). Conclusioni Il calcolo del baricentro di un triangolo in geometria analitica è una delle operazioni più semplici di tutto il programma. Proprio per questo troverai ben pochi esercizi che te lo richiederanno. Tuttavia è utile da sapere e da ricordare qualora dovesse servire. Se questa lezione ti è stata d'aiuto o se hai bisogno di ulteriori chiarimenti, lascia un commento in basso. Il nostro staff ti risponderà nel minor tempo possibile. In questo appunto vediamo in cosa consiste il baricentro di un triangolo, le sue proprietà geometriche e le sue implicazioni in geometria analitica. Per comprendere a pieno il contenuto di questo appunto è necessario avere familiarità con le proprietà dei triangoli e con il concetto di mediana che qui riprenderemo. In particolare in questo appunto vedremo: Per ulteriori approfondimenti di geometria piana ti rimandiamo al seguente indice degli argomenti. Se invece hai necessità di approfondire argomenti di geometria analitica ti rimandiamo al relativo indice. Prima di procedere con il teorema del baricentro di un triangolo, è necessario avere familiarità con il concetto di mediana e con le sue proprietà. In un generico triangolo si definisce mediana il segmento che congiunge un vertice del triangolo con il punto medio del lato opposto a tale vertice: Per definizione quindi la mediana divide il lato relativo in due parti uguali. Considerando il triangolo in figura sopra, abbiamo dunque che: \overline{BD}=\overline{CD}= \frac{1}{2}\overline{BC} questa proprietà della mediana ha una importante conseguenza. Se consideriamo il triangolo ABC, la mediana divide tale triangolo in due triangoli ACD a ABD aventi area pari a metà del triangolo iniziale. Abbiamo infatti che: Se consideriamo BC e AH rispettivamente base e altezza del triangolo ABC, possiamo scrivere: A_{ABC}= \frac{1}{2}\overline{BC}\,\overline{AH} AH risulta altezza anche dei due triangoli ACD e ABD rispetto alle due basi BD e CD. Possiamo dunque scrivere: A_{ABD}= \frac{1}{2}\overline{BD}\,\overline{AH} \\\,\\A_{ACD}= \frac{1}{2}\overline{CD}\,\overline{AH} ma essendo BD uguale a CD per definizione, allora risulta che: A_{ABD}= A_{ACD} \,\\,\\ \Rightarrow\, \\\,\\ A_{ABC}= 2A_{ABD}=2A_{ACD} Abbiamo dunque dimostrato che: la mediana di un triangolo lo divide in due triangoli equivalenti e aventi dunque area pari a metà del triangolo iniziale Altre proprietà di una medina a in un triangolo sono legate al concetto di baricentro che vedremo nel prossimo paragrafo. Teorema del baricentro di un triangolo Il teorema del baricentro di un triangolo afferma che: Le tre mediane di un triangolo si incontrano in uno stesso punto, interno al triangolo, detto baricentro. Ciascuna mediana resta divisa dal baricentro in due parti di cui quella che contiene il vertice del triangolo è il doppio dell'altra Il teorema è generico ed è dunque valido per qualsiasi triangolo. La prima parte ci dice che le tre mediane di un triangolo si incontrano in un punto il che non è una cosa affatto scontata. Avremmo potuto pensare che le mediane potessero incontrarsi a due a due e non avere alcun punto in comune. Invece in tutti i triangoli, le mediane si incontrano nello stesso punto. La seconda parte del teorema ci dice che, data una mediana, ad esempio AD, il baricentro la divide in parti tali che: \overline{AO} = 2\overline{OD} \\\,\\ \Rightarrow \\\,\\ \overline{AO}=\frac{2}{3}\overline{AD};\,\,\,\,\,\, \overline{OD}=\frac{1}{3}\overline{AD} Dunque la parte contenente il vertice è il doppio dell'altra. Ne risulta che per poter essere la somma delle due parti pari alla lunghezza della mediana, la parte non contenente il vertice deve essere pari ad un terzo della lunghezza totale della mediana. Nel prossimo paragrafo vediamo come dimostrare il teorema del baricentro. Dimostrazione del teorema del baricentro Dimostriamo adesso il teorema del baricentro. La dimostrazione procederà nel seguente modo. Dimostriamo innanzitutto che il punto di incontro di due mediane di un triangolo divide le due mediane secondo la proporzione enunciata dal teorema. Ovvero la parte contenente il vertice è il doppio della seconda. In seguito dimostreremo che le tre mediane si incontrano in uno stesso punto. Prima parte: il punto di incontro di due mediane le divide secondo la proporzione enunciata dal teorema Consideriamo il triangolo ABC dell'immagine del paragrafo precedente e disegniamo le mediane BF e CE. Queste due mediane si incontrano in un punto che indicheremo con la lettera O. A questo punto congiungiamo il punto F con il punto E: il segmento FE è parallelo al lato BC del triangolo per la proprietà della congiungente di due punti medi di un triangolo. Per la stessa proprietà ne risulta anche che: \overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{BC} Adesso consideriamo il triangolo COB e congiungiamo i punti medi dei lati OB e OC: Ancora per la proprietà della congiungente di due punti medi di un triangolo, risulta che GL è parallelo a BC e che: \overline{GL}=\frac{1}{2}\overline{BC} inoltre poiché G è il punto medio di OC e L il punto medio di OB, ne risultano le seguenti uguaglianze: \overline{CG}=\overline{GO} \\\,\\ \overline{BL}=\overline{LO} Adesso, EF e GL sono entrambi paralleli a BC ed entrambi pari a metà di BC. Ne risulta che EF e GL sono paralleli e congruenti tra loro. Congiungiamo i loro estremi e otterremo il parallelogramma EFGL: Adesso, poiché in un parallelogramma le diagonali si dividono a metà ne risulta che FO è uguale ad LO, il quale sua volta è uguale a BL per quanto prima vista. Allo stesso modo EO è uguale a GO, il quale è ancora uguale a CG. Dunque: \overline{FO}= \overline{LO}=\overline{BL} \\\,\\ \overline{EO}= \overline{GO}=\overline{CG} Conseguenza di queste due relazioni è che: \overline{BO}=\overline{BL}+\overline{LO} = 2\overline{LO}= 2\overline{FO} \\\,\\\overline{CO}=\overline{CG}+\overline{GO} = 2\overline{GO}= 2\overline{EO} Come volevasi, abbiamo dimostrato che la mediana BF è divisa dal punto di incontro con la mediana CE in due parti (BO e FO) tali che una (BO) sia doppio dell'altra (FO). Stessa cosa accade alla mediana CE Seconda parte: le tre mediane si incontrano in un punto Partendo dalla dimostrazione precedente dimostriamo che le tre mediane si incontrano in un punto. Agiamo per logica. Nel paragrafo precedente abbiamo tracciato le mediane BF e CE. Adesso immaginiamo di tracciare la mediana AD: La mediana AD incontrerà la mediana BF in un punto che la divide in due parti tali che la parte contenente il vertice sia il doppio dell'altra. Questo accade per quanto dimostrato nel paragrafo precedente. La mediana AD incontrerà la mediana CE in un punto che la divide in due parti tali che la parte contenente il vertice sia il doppio dell'altra. Questo accade per quanto dimostrato nel paragrafo precedente. Tuttavia esiste un unico punto che divide la mediana AD in modo tale che la parte contenente il vertice sia doppio dell'altra. Ne consegue che BF e CE incontrano AD nello stesso punto. Quindi, le tre mediane si incontrano in uno stesso punto. Calcolo della posizione del baricentro di tre punti in geometria analitica Vediamo adesso come è possibile calcolare il baricentro di una terna di punti in un piano cartesiano. Siano dati 3 punti: A(x_{A};y_{A}) \\\,\\B(x_{B};y_{B})\\\,\\C(x_{C};y_{C}) è possibile individuare le coordinate del baricentro D di questi tre punti applicando le formule: x_{D} = \frac{x_{A}+x_{B}+x_{C}}{3}\\\,\\ y_{D} = \frac{y_{A}+y_{B}+y_{C}}{3} Dunque le coordinate di D sono: D\left(\frac{x_{A}+x_{B}+x_{C}}{3}; \frac{y_{A}+y_{B}+y_{C}}{3}\right) In uno spazio cartesiano in cui le coordinate necessarie sono 3 e non 2, ad x e y bisognerà aggiungere z: D\left(\frac{x_{A}+x_{B}+x_{C}}{3}; \frac{y_{A}+y_{B}+y_{C}}{3};\frac{z_{A}+z_{B}+z_{C}}{3}\right) Nel caso in cui si ha a che fare con più punti si parla di baricentro geometrico. Nota: Se nel triangolo il baricentro geometrico coincide con il punto di incontro delle mediane per come sopra definite, in poligoni con più vertici questo non è vero. Immaginiamo di avere n punti in un piano cartesiano, le coordinate del baricentro saranno allora date da: D\left(\frac{x_{A}+x_{B}+...+x_{N}}{n}; \frac{y_{A}+y_{B}+...+y_{N}}{n}\right) che possiamo anche scrivere nella forma: D\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_{i}}{n}; \frac{\sum_{i=1}^{n}y_{i}}{n}\right) che in 3 dimensioni chiaramente diventa: D\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_{i}}{n}; \frac{\sum_{i=1}^{n}y_{i}}{n}; \frac{\sum_{i=1}^{n}z_{i}}{n}\right) Baricentro di un triangolo Correlati 1 Misura uno dei lati del tuo triangolo. 2 Identifica e marca il punto mediano del lato che hai misurato. Chiama il punto identificato A. 3 Traccia una linea che parta dal punto A e arrivi al vertice opposto del triangolo. 4 Identifica e marca il punto mediano di un altro lato del tuo triangolo. Chiama il punto identificato B. 5 Traccia una linea che parta dal punto B e arrivi al vertice opposto del triangolo. 6 Il punto in cui le due linee si intersecano rappresenta il baricentro della tua figura. Pubblicità 1 Somma fra loro tutte le coordinate X dei punti che identificano i vertici del tuo triangolo. 2 Somma fra loro tutte le coordinate Y dei punti che identificano i vertici del tuo triangolo. 3 Dividi entrambi i risultati ottenuti per il numero 3. 4 La coppia di coordinate che hai ottenuto rappresenta le coordinate del baricentro della tua figura. Ad esempio, date le seguenti coordinate dei vertici del triangolo: (3, 5), (4, 1) e (1, 0), il baricentro sarà il punto indicato dalle seguenti coordinate (8/3, 2). Pubblicità Non importa quale lato hai selezionato, il baricentro del triangolo cadrà sempre nel medesimo punto. Se eseguirai questa procedura utilizzando tutti e tre i lati della figura, le linee derivate si intersecheranno sempre e solo in un unico punto, il baricentro. Pubblicità wikiHow è una "wiki"; questo significa che molti dei nostri articoli sono il risultato della collaborazione di più autori. Per creare questo articolo, 9 persone, alcune in forma anonima, hanno collaborato apportando nel tempo delle modifiche per migliorarlo. Questo articolo è stato visualizzato 19 281 volte Categorie: Matematica Questa pagina è stata letta 19 281 volte. Il baricentro del triangolo è il punto di intersezione delle tre mediane. Per poterlo disegnare è sufficiente disegnare la mediana relativa ad ogni lato e il loro punto in comune viene chiamato baricentro. In questa lezione vedremo non solo la definizione di questo punto caratteristiche ma analizzeremo anche come cambia questo a seconda dei tipi di triangoli. Per gli studenti di geometria analitica vedremo anche formule e un semplice esercizio sul calcolo del baricentro. Che cos'è il baricentro di un triangolo Ne abbiamo già dato una definizione: è il punto di intersezione delle mediane del triangolo. Ti ricordi che cos'è la mediana? E' il segmento che congiunge un vertice con il punto medio del lato opposto. Proviamo quini a disegnare il baricentro di un triangolo scaleno acutangolo. Dato il generico triangolo ABC, abbiamo disegnato le mediane relative ad ogni lato. Dalla loro intersezione si ottiene il punto H, baricentro del triangolo. Caratteristiche e proprietà del baricentro Ti ricordi che l'ortocentro e il circocentro potevano essere anche esterni alla figura? Per il baricentro dei triangoli, ciò non può accadere per cui la prima proprietà di questo punto è: il baricentro del triangolo è un punto sempre compreso nel perimetro della figura; il baricentro divide ogni mediana in due parti. Quella che contiene il vertice è il doppio dell'altra. In base alla proprietà appena vista, possiamo dire che AH=2HM2. Il baricentro del triangolo in geometria analitica Questa seconda parte della lezione è dedicata agli studenti delle scuole superiori che stanno studiando geometria analitica. Esiste una formula che, dati i vertici del triangolo, permette di calcolare il baricentro in pochi semplici passaggi. Formula baricentro dove A, B e C sono i tre vertici del triangolo di cui sono note le coordinate cartesiane. Per calcolare le coordinate del baricentro del triangolo bisogna quindi: fare la media aritmetica delle ascisse dei tre vertici. Cioè si sommano le tre x e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene l'ascissa del baricentro. fare la media aritmetica delle ordinate dei tre vertici. Cioè si sommano le tre y e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene invece l'ordinata del baricentro. Esempi ed esercizi svolti Esercizio 1 Dato il triangolo di vertici A(6;0) B(2;2) e C(7;7), calcolare le coordinate del baricentro G. Applichiamo subito la formula appena vista. Possiamo così scrivere che: xG=(6+2+7)/3=15/3=5 yG=(0+2+7)/3=9/3=3 G(5;3) Esercizio 2 Dato il triangolo con baricentro G(5;3) e noti due vertici A(6;0) e B(2;2), determinare il terzo vertice C. Si tratta dello stesso esercizio visto prima ma questa volta bisogna fare il procedimento al contrario. Cioè dovremo usare la formula inversa del baricentro per trovare uno dei vertici. Riscriviamo così la formula come l'abbiamo vista prima, esplicitando tutti i dati forniti dalla traccia e lasciando le coordinate di C come incognita. xG=(xA+xB+xC)/3 → 5=(6+2+x)/3 → 15=6+2+x → x=15-6-2 xC=7 yG=(yA+yB+yC)/3 → 3=(0+2+y)/3 → 9=2+y yC=7 C(7;7). Conclusioni Il calcolo del baricentro di un triangolo in geometria analitica è una delle operazioni più semplici di tutto il programma. Proprio per questo troverai ben pochi esercizi che te lo richiederanno. Tuttavia è utile da sapere e da ricordare qualora dovesse servire. Se questa lezione ti è stata d'aiuto o se hai bisogno di ulteriori chiarimenti, lascia un commento in basso. Il nostro staff ti risponderà nel minor tempo possibile. Il baricentro del triangolo è il punto di intersezione delle tre mediane. Per poterlo disegnare è sufficiente disegnare la mediana relativa ad ogni lato e il loro punto in comune viene chiamato baricentro. In questa lezione vedremo non solo la definizione di questo punto caratteristiche ma analizzeremo anche come cambia questo a seconda dei tipi di triangoli. Per gli studenti di geometria analitica vedremo anche formule e un semplice esercizio sul calcolo del baricentro. Che cos'è il baricentro di un triangolo Ne abbiamo già dato una definizione: è il punto di intersezione delle mediane del triangolo. Ti ricordi che cos'è la mediana? E' il segmento che congiunge un vertice con il punto medio del lato opposto. Proviamo quini a disegnare il baricentro di un triangolo scaleno acutangolo. Dato il generico triangolo ABC, abbiamo disegnato le mediane relative ad ogni lato. Dalla loro intersezione si ottiene il punto H, baricentro del triangolo. Caratteristiche e proprietà del baricentro Ti ricordi che l'ortocentro e il circocentro potevano essere anche esterni alla figura? Per il baricentro dei triangoli, ciò non può accadere per cui la prima proprietà di questo punto è: il baricentro del triangolo è un punto sempre compreso nel perimetro della figura; il baricentro divide ogni mediana in due parti. Quella che contiene il vertice è il doppio dell'altra. In base alla proprietà appena vista, possiamo dire che AH=2HM2. Il baricentro del triangolo in geometria analitica Questa seconda parte della lezione è dedicata agli studenti delle scuole superiori che stanno studiando geometria analitica. Esiste una formula che, dati i vertici del triangolo, permette di calcolare il baricentro in pochi semplici passaggi. Formula baricentro dove A, B e C sono i tre vertici del triangolo di cui sono note le coordinate cartesiane. Per calcolare le coordinate del baricentro del triangolo bisogna quindi: fare la media aritmetica delle ascisse dei tre vertici. Cioè si sommano le tre x e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene l'ascissa del baricentro. fare la media aritmetica delle ordinate dei tre vertici. Cioè si sommano le tre y e si fa il risultato diviso 3. In questo modo si ottiene invece l'ordinata del baricentro. Esempi ed esercizi svolti Esercizio 1 Dato il triangolo di vertici A(6;0) B(2;2) e C(7;7), calcolare le coordinate del baricentro G. Applichiamo subito la formula appena vista. Possiamo così scrivere che: xG=(6+2+7)/3=15/3=5 yG=(0+2+7)/3=9/3=3 G(5;3) Esercizio 2 Dato il triangolo con baricentro G(5;3) e noti due vertici A(6;0) e B(2;2), determinare il terzo vertice C. Si tratta dello stesso esercizio visto prima ma questa volta bisogna fare il procedimento al contrario. Cioè dovremo usare la formula inversa del baricentro per trovare uno dei vertici. Riscriviamo così la formula come l'abbiamo vista prima, esplicitando tutti i dati forniti dalla traccia e lasciando le coordinate di C come incognita. xG=(xA+xB+xC)/3 → 5=(6+2+x)/3 → 15=6+2+x → x=15-6-2 xC=7 yG=(yA+yB+yC)/3 → 3=(0+2+y)/3 → 9=2+y yC=7 C(7;7). Conclusioni Il calcolo del baricentro di un triangolo in geometria analitica è una delle operazioni più semplici di tutto il programma. Proprio per questo troverai ben pochi esercizi che te lo richiederanno. Tuttavia è utile da sapere e da ricordare qualora dovesse servire. Se questa lezione ti è stata d'aiuto o se hai bisogno di ulteriori chiarimenti, lascia un commento in basso. Il nostro staff ti risponderà nel minor tempo possibile. Scopri il baricentro di un triangolo, il suo calcolo e le applicazioni pratiche in geometria, fisica e ingegneria. Scopri di più Fonte: Orizzonte Insegnanti Quando si parla di baricentro di un triangolo, ci riferiamo a un punto cruciale che determina l'equilibrio della figura. Per comprendere appieno questo concetto, è fondamentale esplorare alcuni esempi pratici di calcolo e le conseguenti applicazioni nel mondo reale. Utilizzando le coordinate dei tre vertici di un triangolo, possiamo calcolare il baricentro, che rappresenta il centro di massa della figura e ha un'importanza vitale in diversi settori, come l'ingegneria e l'architettura. Prendiamo come caso un triangolo con i seguenti vertici: Per calcolare le coordinate del baricentro, utilizziamo la formula G(x, y) = ((x1 + x2 + x3) / 3, (y1 + y2 + y3) / 3). Seguiamo questi passaggi: Calcolo della coordinata x del baricentro: Gx = (2 + 4 + 6) / 3 = 4 Calcolo della coordinata y del baricentro: Gy = (3 + 7 + 5) / 3 = 5 Così, il baricentro del nostro triangolo è rappresentato dalle coordinate G(4, 5). Comprendere come calcolare il baricentro non è solo un esercizio accademico; esso ha ripercussioni pratiche in numerosi ambiti. Ad esempio, nella progettazione di strutture, conoscere la posizione del baricentro consente di migliorare la stabilità e l'affidabilità degli edifici. Grazie a questo calcolo, possiamo ottimizzare le risorse impiegate e garantire che ogni progetto soddisfi gli standard richiesti. In sintesi, il calcolo del baricentro di un triangolo è un passaggio fondamentale per chiunque operi in settori tecnici e scientifici. Applicare questo metodo ci permette di affrontare le sfide progettuali con maggiore sicurezza e precisione. Approfondimento sul Calcolo del Baricentro in Diversi Triangoli: Metodologie e Riflessioni Esplorare il baricentro di un triangolo non si limita a un semplice calcolo matematico; ci offre anche l'opportunità di analizzare le diverse metodologie e approcci che possono variare in base alla tipologia di triangolo considerato. Il baricentro, o centro di massa, gioca un ruolo cruciale in molteplici contesti, dalla geometria all'ingegneria strutturale, ed è essenziale conoscere diverse tecniche di calcolo. Innanzitutto, possiamo classificare i triangoli in base alla loro forma: Triangolo equilatero: Tutti i lati e gli angoli sono uguali, il che semplifica il calcolo del baricentro. Triangolo isoscele: Due lati di uguale lunghezza, che permette di trovare il baricentro usando simmetrie specifiche. Triangolo scaleno: Lati e angoli dispari, richiede l'applicazione della formula generale per il calcolo del baricentro. Per calcolare le coordinate del baricentro in un triangolo scaleno, si utilizza solitamente la stessa formula già menzionata: G(x, y) = ((x1 + x2 + x3) / 3, (y1 + y2 + y3) / 3). Tuttavia, ci sono fattori pratici da considerare per ottimizzare questo calcolo: Verificare la correttezza delle coordinate dei vertici: Essenziale per evitare errori nel calcolo. Utilizzare strumenti tecnologici: Software di geometria possono semplificare questo processo. Applicare la formula in contesti reali: Le applicazioni pratiche forniscono una visione concreta dell'importanza del baricentro. Infine, considerare il baricentro in progetti architettonici o in esperimenti di fisica ci separa dalla mera teoria e ci conduce a percepire l'importanza di questo concetto nella stabilità e nella funzionalità delle strutture. In conclusione, il calcolo del baricentro, oltre ad essere un concetto fondamentale, apre a riflessioni più ampie sulle interazioni tra matematica e applicazioni pratiche. Strategie Efficaci per il Calcolo del Baricentro in Diversi Scenari Triangolari Quando affrontiamo il calcolo del baricentro, non possiamo sottovalutare l'importanza di adottare strategie efficaci che facilitino questo processo. Implementare tecniche appropriate ci consente di affrontare varie configurazioni triangolari con maggiore successo. Esplorando vari scenari, possiamo identificare approcci specifici: Visualizzazione geometrica: Tracciare il triangolo su carta millimetrata o utilizzare software di grafico ci offre una rappresentazione chiara delle coordinate. Applicazioni pratiche: Integrare esempi pratici, come la progettazione di strutture, aiuta a comprendere perché è vitale il calcolo del baricentro. Confronto tra triangoli: Valutare triangoli di forme diverse può rivelare come la posizione del baricentro varia significativamente a seconda delle dimensioni e degli angoli. Per ottenere risultati affidabili, seguiamo questi passi: Definire chiaramente i vertici: Assicuriamoci che le coordinate siano corrette per evitare errori nel calcolo. Analizzare i risultati: Opportunamente, valutare se i risultati ottenuti corrispondono alle aspettative del modello geometrico. Mantenere un approccio multidisciplinare: Riconoscere l'importanza del baricentro nelle ingegnerie, matematiche e fisiche per una comprensione più profonda. In conclusione, combinare la teoria con approcci pratici ci aiuta a padroneggiare il calcolo del baricentro in modo efficiente ed efficace, affrontando sfide reali nel contesto progettuale e scientifico. Applicazioni Pratiche del Baricentro nei Progetti di Ingegneria e Architettura Per gli esperti in ingegneria e architettura, il calcolo del baricentro di un triangolo non è solo un esercizio teorico, ma una competenza fondamentale nelle applicazioni quotidiane. Infatti, conoscere la posizione di questo punto centrale permette di ottimizzare i processi progettuali e migliorare la stabilità strutturale. Quando si analizzano edifici o strutture, è essenziale considerare vari aspetti: Distribuzione del peso: Identificare il baricentro aiuta a bilanciare i carichi, evitando situazioni di squilibrio. Progettazione sostenibile: Posizionare il baricentro strategicamente può ottimizzare l'uso dei materiali, riducendo gli sprechi. Testing virtuale: Utilizzare software per simulare il comportamento strutturale attraverso la posizione del baricentro. Per ottenere benefici ottimali, possiamo seguire alcune linee guida: Valutazione preliminare: Analizzando le coordinate dei vertici di un triangolo progettato per determinare il baricentro. Integrare feedback: Collaborare con ingegneri e architetti per sviluppare soluzioni pratiche basate sui calcoli del baricentro. In conclusione, il baricentro non è solo una teoria matematica, ma uno strumento indispensabile per migliorare l'affidabilità dei progetti in ingegneria e architettura. Approfondimento Pratico sul Baricentro nei Triangoli: Esempi e Tecniche Calcolative Per ottenere una comprensione approfondita del baricentro di un triangolo, è fondamentale attraversare casi pratici e metodologie specifiche utili per il calcolo. Esaminiamo le variabili influenzanti, come le coordinate dei vertici, e l'impatto su situazioni reali. Un esempio utile è rappresentato dai vertici di un triangolo dati da: Applichiamo ora la formula G(x, y) = ((x1 + x2 + x3) / 3, (y1 + y2 + y3) / 3), per calcolare il baricentro, ottenendo i seguenti risultati: Gx = (3 + 5 + 7) / 3 = 5 Gy = (4 + 9 + 6) / 3 = 6.33 Da ciò deriva il baricentro G(5, 6.33). Questa posizione non solo bilancia il triangolo, ma è cruciale anche per applicazioni in ingegneria, come la stabilità delle strutture. Conoscere il baricentro è indispensabile per ottimizzare progettazioni ingegneristiche e architettoniche. Esempi Avanzati di Calcolo del Baricentro nei Triangoli: Applicazioni e Tecniche Per avanzare nella nostra comprensione del baricentro di un triangolo, è fondamentale analizzare esempi approfonditi che illustrano diverse applicazioni pratiche del calcolo. Studiare i vertici di vari triangoli e le loro influenze sul baricentro consente agli ingegneri e agli architetti di ottimizzare i loro progetti. Consideriamo un triangolo con i seguenti vertici: Applicando la formula G(x, y) = ((x1 + x2 + x3) / 3, (y1 + y2 + y3) / 3), il risultato sarà: Gx = (1 + 3 + 5) / 3 = 3 Gy = (2 + 6 + 4) / 3 = 4 Così, il baricentro di questo triangolo è G(3, 4). Questa informazione è cruciale per l'analisi della stabilità strutturale e la progettazione efficiente. Utilizzando diverse tecniche di calcolo, è possibile ottenere insights preziosi che possono influenzare positivamente i risultati dei progetti ingegneristici e architettonici. In questo formulario, dedicato agli studenti delle Scuole Superiori e agli universitari, diamo la definizione di baricentro geometrico ed enunciamo le formule per il baricentro di 3 punti, estendendole poi al caso di punti. Per completezza trattiamo anche la nozione di centro di massa: ne vediamo le formule e le differenze rispetto al baricentro geometrico.IndicePoiché i concetti di baricentro e di centro di massa vengono trattati a diversi livelli di studio in Matematica e Fisica, è bene fare un po' di chiarezza. In questo formulario ci limitiamo alle formule del baricentro e del centro di massa nell'ambito della Geometria Analitica. Se volete approfondire, qui su YouMath ci sono diverse altre lezioni che trattano l'argomento in diversi contesti.In Geometria Piana: definizione e formule del baricentro di un triangolo (inteso come baricentro geometrico e punto notevole).In Analisi 2: esistono delle formule che estendono il calcolo al caso di insiemi continui: baricentro con gli integrali (inteso come baricentro geometrico).In Fisica: il concetto di centro di massa viene trattato in modo approfondito e viene introdotta la nozione di baricentro fisico, da non confondere con il baricentro geometrico.Definizione e formule del baricentro geometricoIl baricentro di un insieme di punti nel piano cartesiano, detto anche baricentro geometrico, è il punto in cui ogni coordinata è la media aritmetica delle omonime coordinate dei punti. Non va confuso con il baricentro fisico né con il centro di massa.Consideriamo 3 punti nel piano cartesiano e siano , e le loro coordinate. Definiamo il baricentro dei tre punti come il punto avente coordinate: Le formule del baricentro geometrico possono essere estese al caso di punti : Queste possono essere riscritte mediante il simbolo di sommatoria: Osserviamo, inoltre, che nel caso di un sistema di due punti il baricentro geometrico si riduce al punto medio del segmento di estremi .Esempio di calcolo del baricentro geometricoNegli esercizi di Geometria Analitica la richiesta standard coinvolge il triangolo nel 99% dei casi, dunque conviene vedere un esercizio di questo tipo.Calcolare le coordinate del baricentro del triangolo di vertici: Svolgimento: se avete la pazienza di disegnare i tre punti nel piano cartesiano, vi accorgerete subito che siamo in presenza di un triangolo isoscele. Poco importa: la richiesta dell'esercizio è chiara e possiamo applicare le formule. Come già sapevamo dalla Geometria Piana, il baricentro di tre punti è sempre interno al triangolo avente come vertici i tre punti.Definizione e formule del centro di massaSe ai tre punti sono associate delle masse , definiamo il centro di massa come il punto in cui ogni coordinata è la media ponderata delle omonime coordinate, rispetto alle masse assegnate.Esattamente come per il baricentro geometrico, è possibile estendere le formule del centro di massa a punti con rispettive masse : Queste possono essere espresse in termini di sommatorie: Osserviamo inoltre che, se si considerano masse tutte uguali , le formule del centro di massa si riducono a quelle del baricentro geometrico.Anche se ci troviamo nella sezione di Geometria Analitica, riteniamo utile fornirvi una panoramica delle varie definizioni. Chi vuole approfondire, approfondisca; chi vuol tralasciarle, è libero di farlo. In ogni caso, se leggerete il termine baricentro in un esercizio di Geometria Analitica sappiate che dovrete usare le formule viste in precedenza.Il baricentro geometrico di un insieme di punti è una nozione puramente geometrica: è il punto le cui coordinate corrispondono alla media aritmetica delle omonime coordinate dei punti.Il centro di massa di un insieme di punti (o di un corpo) è una nozione puramente fisica: è il punto per cui il sistema si comporta come se la massa fosse concentrata tutta in quel punto; in termini geometrico-algebrici è il punto le cui coordinate corrispondono alla media ponderata delle omonime coordinate dei punti rispetto alle relative masse.Il baricentro fisico di un corpo è il punto in cui possiamo immaginare che venga applicata la forza peso agente sul corpo.Per la cronaca, leggendo la lezione sul baricentro fisico scoprirete che baricentro fisico e centro di massa sono concetti distinti.Approfondimento: baricentro e centro di massa in 3 dimensioni e in n dimensioniConcludiamo con un approfondimento rivolto agli studenti universitari alle prese con la Geometria dello spazio in Algebra Lineare. Gli altri possono passare alla fine della lezione.Le definizioni di baricentro geometrico e di centro di massa si estendono facilmente al caso tridimensionale. Dati tre punti , e , valgono le formule: In modo altrettanto ovvio si estendono al caso -dimensionale nello spazio euclideo .Ci fermiamo qui. Nel formulario successivo parleremo della retta. Se volete esercitarvi vi raccomandiamo di usare la barra di ricerca interna; qui su YouMath ci sono migliaia di esercizi svolti e spiegati nel dettaglio. Non solo, c'è anche un tool per calcolare il baricentro online. ;)Gule gule, see you soon guys! Fulvio Sbranchella (Agente Ω)Ultima modifica: 16/10/2024 I punti notevoli del triangolo sono ortocentro, baricentro, incentro, circocentro ed excentro. Ciascuno di essi è il punto di incontro di tre segmenti notevoli del triangolo, rispettivamente altezze, mediane, bisettrici, assi e bisettrici interna ed esterne.Dopo aver studiato le definizioni e le proprietà di altezza, mediana, bisettrice e asse, ossia i segmenti notevoli del triangolo, passiamo ai rispettivi punti notevoli.In questa lezione daremo le definizioni di ortocentro, baricentro, incentro e circocentro, elencandone le proprietà e i più importanti teoremi. Oltre ad essi presenteremo anche la nozione di excentro, che viene definito mediante bisettrici interne ed esterne.IndiceL'ortocentro di un triangolo è il punto di incontro delle tre altezze. L'ortocentro è quindi il punto di intersezione dei tre segmenti uscenti dai vertici del triangolo e tali da cadere perpendicolarmente sui lati opposti.Disegniamo un triangolo qualsiasi e le sue tre altezze, ossia i tre segmenti che partono dai vertici e che vengono condotti perpendicolarmente sui lati opposti. Indipendentemente dal tipo di triangolo considerato, le tre altezze si incontrano sempre in un punto O, che chiameremo ortocentro del triangolo. Ortocentro di un triangolo.Proprietà dell'ortocentroA seconda della posizione dell'ortocentro possiamo classificare i triangoli in base agli angoli (vedi angolo retto, acuto, ottuso):se l'ortocentro è un punto esterno al triangolo allora esso sarà ottusangolo e, viceversa, in un triangolo ottusangolo l'ortocentro è un punto esterno;un triangolo è acutangolo se e solo se l'ortocentro è un punto interno;in un triangolo rettangolo l'ortocentro coincide col vertice dell'angolo retto.Baricentro di un triangoloSi definisce baricentro di un triangolo il punto di incontro tra le sue mediane, ossia il punto di intersezione tra i segmenti uscenti dai vertici e che cadono sul punto medio dei lati opposti.Dato un triangolo qualsiasi e tracciate le sue mediane, ossia i segmenti che uniscono ciascun vertice con il punto medio del lato opposto, esse si intersecano sempre in un punto che viene detto baricentro del triangolo. Baricentro di un triangolo.Proprietà del baricentroIl baricentro, detto anche punto di equilibrio, è un punto sempre interno al triangolo;Il baricentro di un triangolo divide ciascuna mediana in due parti, di cui quella contenente il vertice è il doppio dell'altra.Nota: per chi è alle prese con la Geometria Analitica ed è qui in fase di ripasso, consigliamo di leggere → baricentro e centro di massa di tre punti.Incentro di un triangoloL'incentro di un triangolo è il punto in cui si incontrano le tre bisettrici, ossia il punto di intersezione dei tre segmenti che partono dai vertici e che dividono a metà ciascun angolo interno relativo ai vertici.Consideriamo un triangolo qualsiasi e tracciamo le bisettrici degli angoli interni, ossia i tre segmenti che congiungono i vertici di ogni angolo col lato opposto ad essi e che dividono gli angoli in due parti uguali. Esse si incontrano sempre in un punto (che abbiamo indicato con in figura), che prende il nome di incentro e che coincide con il centro della circonferenza inscritta nel triangolo. Incentro di un triangolo.Proprietà dell'incentroL'incentro è sempre interno al triangolo.Come suggerisce il nome, l'incentro è il centro della circonferenza inscritta al triangolo, ossia della circonferenza tangente i tre lati del triangolo.L'incentro divide ogni bisettrice in due parti che soddisfano una determinata proporzione: la parte contenente il vertice sta all'altra

come ciascuno dei lati adiacenti al vertice sta alla rispettiva parte del lato opposto individuata dalla bisettrice.In formule è tutto molto più semplice:se consideriamo la bisettrice se consideriamo la bisettrice se consideriamo la bisettrice Per chi volesse approfondire, in Geometria Analitica esiste una formula che permette di calcolare le coordinate dell'incentro a partire dalle coordinate dei vertici.Per definizione il circocentro di un triangolo è il punto di incontro degli assi dei lati, ossia delle rette perpendicolari a ciascun lato e tali da tagliarlo in due parti di uguale lunghezza.Dato un triangolo qualsiasi tracciamo gli assi di simmetria dei suoi lati, ossia le perpendicolari ai lati passanti per i loro punti medi. Tali assi si intersecano sempre in un punto che prende il nome di circocentro del triangolo, e che corrisponde al centro della circonferenza circoscritta al triangolo. Circocentro di un triangolo.Proprietà del circocentroCome suggerisce il nome stesso, il circocentro è il centro della circonferenza circoscritta al triangolo, ossia della circonferenza passante per i vertici del triangolo.In un triangolo acutangolo il circocentro è un punto interno, nel triangolo rettangolo coincide col punto medio dell'ipotenusa e nel triangolo ottusangolo è un punto esterno.Excentro di un triangoloSi dice excentro di un triangolo il punto di intersezione delle bisettrici di due angoli esterni e della bisettrice dell'angolo interno ad essi non adiacente.Per disegnare un excentro di un triangolo è sufficiente:prolungare due suoi lati, ad esempio dalla parte di e dalla parte di ;tracciare le bisettrici dei due angoli esterni individuati dai prolungamenti;tracciare la bisettrice dell'angolo interno non adiacente ad essi.Le due bisettrici esterne e la bisettrice interna si intersecano sempre in uno stesso punto, che prende il nome di excentro. Excentro relativo al lato di un triangolo.Proprietà dell'excentroUn triangolo ammette sempre 3 excentri, che sono i centri delle circonferenze tangenti ai prolungamenti e al lato che essi racchiudono. Per maggiore precisione si parla di excentro relativo a un lato per indicare il lato di tangenza della circonferenza esterna, o in modo analogo di excentro opposto a un vertice per fare riferimento al lato opposto al vertice e tangente alla circonferenza esterna.Relazione tra punti notevoli e segmenti notevoli del triangoloConcludiamo con una tabella in cui riassumiamo i nomi dei punti notevoli, le definizioni e il corrispondente segmento notevole.Punto notevoleDefinizioneSegmento notevole associatoOrtocentroPunto di intersezione tra le altezze relative ai lati del triangolo.AltezzaBaricentroPunto di intersezione tra le mediane dei lati del triangolo.MedianaIncentroPunto di intersezione tra le bisettrici degli angoli interni del triangolo (centro della circonferenza inscritta).BisettriceCircocentroPunto di intersezione tra gli assi dei lati del triangolo (centro della circonferenza circoscritta).AsseExcentriPunto di intersezione tra due bisettrici esterne e l'altra bisettrice interna.Bisettrici esterne e internaCon questo è tutto. Vi aspettiamo nella prossima lezione, in cui tratteremo i criteri di similitudine dei triangoli.Vi ricordiamo che qui su YM potrete trovare tutto quello che vi serve con la barra di ricerca interna: ci sono migliaia di esercizi, tra cui ovviamente problemi risolti sui punti notevoli di un triangolo, oltre alle risposte a ogni vostro eventuale dubbio. ;)Buon proseguimento su YouMath! Giuseppe Carichino (Galois)Tags: punti notevoli di un triangolo - formule e proprietà di ortocentro, baricentro, incentro, circocentro ed excentro.Ultima modifica: 21/11/2023